

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
*функционального анализа  
и операторных уравнений*

 Каменский М.И.

11.04.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.13.04 Нечёткое моделирование

- 1. Код и наименование направления специальности:** 10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности
- 2. Профиль специализация:** Автоматизация информационно-аналитической деятельности
- 3. Квалификация выпускника:** специалист по защите информации
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составитель программы:** Болдырева Елена Сергеевна, преподаватель, математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета  
28.03.2024 Протокол № 0500-03
- 8. Учебный год:** 2028 – 2029 **Семестр(ы):** 9

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

### Цели изучения дисциплины:

- научить студентов применять аппарат нечеткой логики, математической логики и теории алгоритмов для формализации предметной области, формулировать задачи логического характера, исследовать свойства логических выражений, решать задачи нечёткого моделирования с помощью специального программного обеспечения.

### Задачи учебной дисциплины:

- изучение определений, свойств аксиоматических систем и приёмов работы с ними, основных классов формальных грамматик и автоматов, способов задания формальных языков, основных методов построения функций принадлежности нечётких множеств, основных типов нечётких моделей;

- выполнять операции над нечёткими числами, множествами и отношениями.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина «Нечеткое моделирование» относится к обязательной части Блока Б1 специализации № 1 «Автоматизация информационно-аналитической деятельности».

Теоретической и практической основой для освоения учебной дисциплины «Нечеткое моделирование» являются знания, умения и навыки студентов, приобретенные в результате изучения материала следующих курсов: «Математическая логика и теория алгоритмов», «Дискретная математика».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Коды	Идентификатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1.2	Способен применять аппарат нечеткой логики, математической логики и теории алгоритмов для формализации предметной области	ОПК-1.2.1	Знает определение, свойства аксиоматических систем и приёмы работы с ними	Знать: определение, свойства аксиоматических систем и приёмы работы с ними; основные классы формальных грамматик и автоматов, способы задания формальных языков; основные методы построения функций принадлежности нечётких множеств; основные типы нечётких моделей; функции инструментальных средств нечёткого моделирования;  Уметь: формулировать задачи логического характера в рамках ИВ и ИП, исследовать свойства логических выражений; выполнять операции над нечёткими числами, множествами и отношениями; выполнять логико-лингвистическое описание субъективно измеряемых понятий предметной области, строить нечёткие модели; осуществлять вызов функций, использовать функции инструментальных средств нечёткого моделирования;  Владеть: навыками решения задач нечёткого моделирования с помощью специального
		ОПК-1.2.2	Знает основные классы формальных грамматик и автоматов, способы задания формальных языков	
		ОПК-1.2.3	Умеет формулировать задачи логического характера в рамках ИВ и ИП, исследовать свойства логических выражений	
		ОПК-1.2.4	Знает основные методы построения функций принадлежности нечётких множеств	
		ОПК-1.2.5	Знает основные типы нечётких моделей	
		ОПК-1.2.6	Знает функции инструментальных средств нечёткого моделирования	
		ОПК-1.2.7	Умеет выполнять операции над нечёткими числами, множествами и	

		отношениями	программного обеспечения (инструментальных средств).
	ОПК-1.2.8	Умеет выполнять логико-лингвистическое описание субъективно измеряемых понятий предметной области, строить нечёткие модели	
	ОПК-1.2.9	Умеет осуществлять вызов функций использовать функции инструментальных средств нечёткого моделирования	
	ОПК-1.2.10	Владеет навыками решения задач нечёткого моделирования с помощью специального программного обеспечения (инструментальных средств)	

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 5/180.**

**Форма промежуточной аттестации – экзамен.**

**13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		№ семестра 9	
Аудиторные занятия	90	90	
в том числе:	лекции	54	54
	практические		
	лабораторные	36	36
Самостоятельная работа	54	54	
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36час.)	36	36	
Итого:	180	180	

**13.1. Содержание дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Теория нечётких множеств.	1. Нечёткие множества и отношения между ним. 2. Операции над нечёткими множествами.
1.2	Нечёткая арифметика и нечёткие функции	1. Нечёткие числа, основные виды нечётких чисел. 2. Операции над нечёткими числами. 3. Основные принципы вычисления функций нечётких аргументов.
1.3	Нечёткие отношения. Бинарные нечёткие отношения.	1. Основные свойства нечётких отношений. 2. Операции над нечёткими отношениями. Композиции нечётких отношений. 3. Транзитивные замыкания нечётких отношений.
1.4	Лингвистические переменные. База	1. Понятие лингвистической переменной и её значений. 2. Представление значений лингвистической переменной в

	знаний.	виде нечётких множеств (чисел). 3. Моделирование процессов с неопределённостями с помощью лингвистических переменных. 4. Понятие базы знаний. Методы формирования базы знаний.
1.5	Нечёткая логика	1. Нечёткие логические переменные и их значения. 2. Вычисление логических операций над нечёткими переменными. Построение таблиц истинности.
1.6	Основные приёмы моделирования процессов с неопределённостями	1. Описание неопределённостей объекта с помощью лингвистических переменных и нечётких их значений. 2. Формирование базы знаний. 3. Методы построения нечёткого вывода на основе базы знаний.
<b>2. Лабораторные занятия</b>		
2.1	Теория нечётких множеств.	1. Определение отношений между нечёткими множествами. 2. Вычисление значений операций с нечёткими множествами.
2.2	Нечёткая арифметика и нечёткие функции	1. Выполнение арифметических операций над нечёткими числами $\alpha$ -уровневым методом и обобщённым методом. 2. Приближённые вычисления функций с нечёткими значениями аргументов.
2.3	Нечёткие отношения. Бинарные нечёткие отношения.	1. Выявление свойств бинарных отношений. 2. Вычисление композиций дискретных бинарных отношений. 3. Построение транзитивных замыканий дискретных бинарных отношений.
2.4	Лингвистические переменные. База знаний.	1. Выбор лингвистических переменных для предъявленной задачи и описание их значений.
2.5	Нечёткая логика	1. Вычисление логической формулы по значениям нечётких переменных, содержащихся в ней. 2. Построение таблиц истинностей для логических выражений с нечёткими значениями логических переменных.
2.6	Основные приёмы моделирования процессов с неопределённостями	1. Описание неопределённостей объекта с помощью лингвистических переменных и нечётких их значений. 2. Формирование базы знаний. 3. Выбор и применение метода построения нечёткого вывода на основе базы знаний.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Теория нечётких множеств.	9		6	9	24
2	Нечёткая арифметика и нечёткие функции	9		6	9	24
3	Нечёткие отношения. Бинарные нечёткие отношения.	9		6	9	24
4	Лингвистические переменные. База знаний.	9		6	9	24
5	Нечёткая логика	9		6	9	24
6	Основные приёмы моделирования процессов с неопределённостями	9		6	9	24
	Итого:	54		36	54	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы

обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Нечёткая логика» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется:

1. после каждой лекции подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции;
2. перед лабораторным занятием повторить лекционный материал. После лабораторного занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после этого приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем лабораторном занятии преподавателю;
3. активно использовать рекомендованную литературу по дисциплине в процессе работы над пунктами 1 и 2.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Нечёткое моделирование» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31863>) на портале «Электронный университет ВГУ».

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Основы нечеткого моделирования в среде MatLab : учебное пособие / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Т.М. Леденева, Д.С. Татаркин, А.С. Тарасова Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 51 с. : ил. Библиогр.: с. 50 <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/sep06167.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/sep06167.pdf</a>
2	Л.К. Конышева, Д.М. Назаров Основы теории нечётких множеств. Учебное пособие для бакалавров и специалистов. ПИТЕР. 2011. 192 с. <i>Интернет ресурс:</i> <a href="http://artlib.osu.ru/web/books/content_all/994.pdf">http://artlib.osu.ru/web/books/content_all/994.pdf</a>
3	Круглов, Владимир Васильевич. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети : Учеб. Пособие для студ. Вузов, обуч. По специальности «Приклад. Информатика (по обл.)» / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов .— М. : Физматлит, 2001 .— 224 с. : ил. — ISBN 5-94052-027-8 : 60.00

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	<a href="#">Кофман, Арнольд</a> . Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман ; Пер. с фр. В. Б. Кузьмина; Под ред. С. И. Травкина .— М. : Радио и связь, 1982 .— 431, [1] с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
5	О языке теории нечётких множеств /опыт описания основных понятий/ [Электронный ресурс] <a href="http://vgupetrova.ru/wp-content/uploads/2019/11/4-9.pdf">http://vgupetrova.ru/wp-content/uploads/2019/11/4-9.pdf</a>
6	Паклин Н. Нечеткая логика – математические основы. <a href="http://www.basegroup.ru/library/analysis/fuzzylogic/math/">http://www.basegroup.ru/library/analysis/fuzzylogic/math/</a>
7	Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. <a href="http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php">http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Л.К. Конышева, Д.М. Назаров Основы теории нечётких множеств. Учебное пособие для

	бакалавров и специалистов. ПИТЕР. 2011.192 с. Интернет ресурс: <a href="http://artlib.osu.ru/web/books/content_all/994.pdf">http://artlib.osu.ru/web/books/content_all/994.pdf</a>
2.	<b>Круглов, Владимир Васильевич.</b> Нечеткая логика и искусственные нейронные сети : Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Приклад. информатика (по обл.)" / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов .— М. : Физматлит, 2001 .— 224 с. : ил. — ISBN 5-94052-027-8 : 60.00
3.	О языке теории нечётких множеств /опыт описания основных понятий/ [Электронный ресурс] <a href="http://vgupetrova.ru/wp-content/uploads/2019/11/4-9.pdf">http://vgupetrova.ru/wp-content/uploads/2019/11/4-9.pdf</a>
4.	Кудинов, Ю. И. Нечеткое моделирование и управление в технических системах [Электронный ресурс] / Кудинов Ю. И., Пащенко Ф. Ф., Кудинов И. Ю., Пащенко А. Ф. 3-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань, 2022. 208 с. Книга из коллекции Лань - Информатика <a href="https://e.lanbook.com/book/183718">https://e.lanbook.com/book/183718</a> ISBN 978-5-8114-9031-8

### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «*Нечёткое моделирование*» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31863>) на портале «Электронный университет ВГУ».

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Теория нечётких множеств.	ОПК-1.2	ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.2.4, ОПК-1.2.7,	Контрольная работа №1
2.	Нечёткая арифметика и нечёткие функции		ОПК-1.2.7,	Контрольная работа №1
3.	Нечёткие отношения. Бинарные нечёткие отношения.		ОПК-1.2.7,	Контрольная работа №1
4.	Лингвистические переменные. База знаний.		ОПК-1.2.4, ОПК-1.2.5, ОПК-1.2.6,	Контрольная работа №2
5.	Нечёткая логика		ОПК-1.2.8,	Контрольная работа №2
6.	Основные приёмы моделирования		ОПК-1.2.9, ОПК-1.2.10,	Контрольная работа №2

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	процессов с неопределённостями			
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ, содержание которых приведено ниже. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем теоретических вопросов и практических заданий. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет) и любыми печатными материалами, ограничение по времени — 90 астрономических минут.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «не удовлетворительно».

#### Контрольная работа № 1

- 1) Что называют высотой нечёткого множества? Какое нечёткое множество называют нормальным, а какое субнормальным?
- 2) Бинарное нечёткое отношение с какими свойствами называют предпорядком?
- 3) Для нечётких чисел  $\tilde{x}_1$  и  $\tilde{x}_2$  вычислить значения арифметических операций  $\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2$ ,  $\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2$ ,  $\tilde{x}_1 \cdot \tilde{x}_2$ ,  $\tilde{x}_1 : \tilde{x}_2$ ,  $\tilde{x}_1^2$ , используя  $\alpha$ -уровневый принцип, если эти числа характеризуются, например, следующими функциями принадлежности:

$$\mu_{x_1}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1 \text{ или } x > 6, \\ x-1 & \text{при } x \in [1, 2], \\ 1 & \text{при } x \in [2, 4], \\ \frac{6-x}{2} & \text{при } x \in [4, 6], \end{cases} \quad \text{и } \mu_{x_2}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 3 \text{ или } x > 8, \\ \frac{x-3}{2} & \text{при } x \in [3, 5], \\ 1 & \text{при } x \in [5, 6], \\ 7-x & \text{при } x \in [7, 8]. \end{cases}$$

#### Контрольная работа № 2

- 1) Что называют термом, атомарным термом, составным термом в нечёткой логике?
- 2) В чём различие синтаксического и семантического правил?
- 3) Построить таблицу истинности формулы  $x \vee (\bar{y} \wedge \bar{x})$  для нечётких логических переменных  $x, y$ .

При проверке контрольных работ следует придерживаться соотношению критериев и шкалы оценивания результатов обучения, показанных в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся при выполнении контрольной работы в полной мере продемонстрировал владение теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач	Повышенный уровень	«Отлично»

Ответ обучающегося не в полной мере соответствуют теоретическим вопросам КИМ. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в решении задачах или допущены незначительные ошибки в обосновании шагов решения.	Базовый уровень	«Хорошо»
Обучающийся дал неполные ответы на теоретические вопросы. Продемонстрировал частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки.	Пороговый уровень	«Удовлетворительно»
Обучающийся дал не правильные ответы на теоретические вопросы КИМ, демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	«Не удовлетворительно»

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в 9-ом семестре по дисциплине осуществляется в форме собеседования по экзаменационным билетам с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к экзамену). В билет включаются два теоретических вопроса.

### Перечень вопросов к экзамену

1. Определение нечётких множеств, отношений между нечёткими множествами, операций над нечёткими множествами, характеристики нечётких множеств.
2. Определение значений функций от нечётких аргументов по принципу обобщения (Заде) и  $\alpha$ -уровневому принципу, нечёткая арифметика.
3. Определение нечётких бинарных отношений и операций с ними, композиции нечётких отношений и их свойства. Нечёткие арифметические операции.
4. Нечёткие графы и отношения.
5. Свойства нечетких отношений.
6. Типы транзитивного замыкания.
7. Лингвистические переменные и их значения.
8. Логические переменные, вычисление логических операций по значениям логических переменных.
9. Построение таблиц истинности логических формул.
10. Базы знаний и принципы их формирования.
11. Нечеткие логические регуляторы и их приложения.
12. Извлечение нечетких данных и знаний.
13. Основные методы логического вывода.
14. основные этапы моделирования процесса с неопределённостями.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи;
- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «не удовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------

<p>Полное соответствие обучающимся всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала.</p> <p>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса, студент умеет работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представляет свои результаты, правильно отвечает на вопросы КИМ</p>	Повышенный уровень	«Отлично»
<p>Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных выше показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>ИЛИ</p> <p>Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей (либо двум к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу контрольно-измерительного материала) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p>	Базовый уровень	«Хорошо»
<p>Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>ИЛИ</p> <p>Несоответствие ответа обучающегося любым трем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).</p>	Пороговый уровень	«Удовлетворительно»
<p>Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).</p>	–	«Не удовлетворительно»

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Верно ли, что нечёткое множество  $A=0,1/3+0,3/5+0,5/6+0,9/7+0,5/9+0,3/12$  является нормальным?

Ответ: неверно.

Решение. У нормального множества высота (в дискретном случае - максимальное значение функции принадлежности) равна единице. Данное множество является субнормальным.

2. Верно ли, что объединение (max) нечёткого множества со своим дополнением совпадает с универсальным множеством?

Ответ: неверно.

Решение. Например, на универсальном множестве  $U = \{a, b\}$  нечёткое множество

$A = 0,6 / a + 0,3 / b$ , его дополнение  $\bar{A} = 0,4 / a + 0,7 / b$ , а их объединение

$A \cup \bar{A} = 0,6 / a + 0,7 / b \neq U$ .

3. Верно ли, что пересечение (min) нечёткого множества со своим дополнением равно пустому множеству?

Ответ: неверно.

Решение. Например, на универсальном множестве  $U = \{a, b\}$  нечёткое множество  $A = 0,6/a + 0,3/b$ , его дополнение  $\bar{A} = 0,4/a + 0,7/b$ , а их пересечение  $A \cap \bar{A} = 0,4/a + 0,3/b \neq \emptyset$ .

4. Для нечёткого числа  $A$ , заданного функцией принадлежности

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \text{ или } x \geq 6, \\ \frac{x-1}{3} & \text{при } 1 \leq x \leq 4, \\ \frac{6-x}{2} & \text{при } 4 \leq x \leq 6 \end{cases} \quad \text{верно ли, что } A_{0,5} = [2,5, 5]?$$

Ответ: верно.

Решение. Для  $x \in A_{0,5}$  значения функции принадлежности должны быть не меньше 0,5, т.е.  $\frac{x-1}{3} \geq 0,5$ , откуда  $x \geq 2,5$ , и  $\frac{6-x}{2} \geq 0,5$ , откуда  $x \leq 5$ .

5. Верно ли, что сумма двух нечётких треугольных чисел  $A = \{1, 4, 6\}$  и  $B = \{3, 5, 7\}$  тоже является нечётким треугольным числом и выражается тройкой чисел  $(A + B) = \{4, 9, 13\}$ ?

Ответ: верно.

Решение. Поскольку функции принадлежности нечётких треугольных чисел – кусочно-линейные, то при их сложении, тоже получается кусочно-линейная функция, для описания которой достаточно вычислений суммы в угловых точках.

6. Верно ли, что высота нечёткого множества  $A = 0,1/3 + 0,3/5 + 0,5/6 + 0,9/7 + 0,5/9 + 0,3/12$  равна 0,9?

Ответ: верно.

Решение. Высотой нечёткого множества называют наибольшее значение его функции принадлежности. Для данного множества этот максимум равен 0,9.

7. Верно ли, что носителем нечёткого множества  $A = 0,1/3 + 0,3/5 + 0,5/6 + 0,9/7 + 0,5/9 + 0,3/12$  является чёткое множество  $\{3, 5, 6, 7, 9, 12\}$ ?

Ответ: верно.

Решение. Носитель нечёткого множества включает в себя все те элементы, для которых функция принадлежности имеет значения большие нуля. Для данного множества это элементы 3, 5, 6, 7, 9, 12.

8. Верно ли, что произведение двух нечётких треугольных чисел является нечётким треугольным числом.

Ответ: неверно.

Решение. Например, произведение числа с функциями принадлежности

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \text{ или } x \geq 2, \\ x & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x & \text{при } 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \quad \text{само на себя имеет функцию принадлежности}$$

$$A^2(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \text{ или } x \geq 4, \\ \sqrt{x} & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2-\sqrt{x} & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad \text{, не соответствующее треугольному нечёткому числу.}$$

$A_\alpha = [\alpha, 2-\alpha]$ , поэтому  $A_\alpha^2 = [\alpha^2, (2-\alpha)^2]$ , с помощью вычисления обратных функций из  $A_\alpha^2$  легко получается выражение функции принадлежности  $A^2(x)$ .

9. Верно ли, что бинарное нечёткое отношение с матрицей  $\begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$  является

транзитивным?

Ответ: верно

Решение. Вычислив матрицу второй степени отношения с помощью операций  $\min$ ,  $\max$ ,

получим  $\begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} < \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$ , что говорит о транзитивности отношения.

10. Верно ли равенство  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = q$ , если  $p \leq \bar{q} \leq q \leq \bar{p}$ ?

Ответ: неверно.

Решение.  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = \max\{\min\{p, \bar{p}\}, \min\{\bar{p}, q, \bar{q}\}\}$  и при заданном соотношении логических переменных равно  $\bar{q}$ .

11. Верно ли равенство  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = \bar{q}$ , если  $p \leq \bar{q} \leq q \leq \bar{p}$ ?

Ответ: верно.

Решение.  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = \max\{\min\{p, \bar{p}\}, \min\{\bar{p}, q, \bar{q}\}\}$  и при заданном соотношении логических переменных равно  $\bar{q}$ .

12. Верно ли равенство  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = p$ , если  $\bar{q} \leq \bar{p} \leq p \leq q$ ?

Ответ: неверно.

Решение.  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = \max\{\min\{p, \bar{p}\}, \min\{\bar{p}, q, \bar{q}\}\}$  и при заданном соотношении логических переменных равно  $\bar{p}$ .

13. Верно ли равенство  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = p$ , если  $\bar{q} \leq p \leq \bar{p} \leq q$ ?

Ответ: верно.

Решение.  $(p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{q}) = \max\{\min\{p, \bar{p}\}, \min\{\bar{p}, q, \bar{q}\}\}$  и при заданном соотношении логических переменных равно  $p$ .

## 2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Дано нечёткое множество  $A=0,1/3+0,3/5+0,5/6+0,9/7+0,5/9+0,3/12$ . Какое по счёту из перечисленных ниже множеств является его несущим множеством?

1)  $U=\{1,2,3,5,6,7,8,9,10\}$ ;

2)  $U=\{3,5,6,7,9,12\}$ ;

3)  $U=\{3,5,6,7\}$ .

Ответ: 2.

Решение. Согласно определению несущее множество состоит из элементов, функции принадлежности которых к нечёткому множеству больше нуля.

2. Сколько точек перехода у нечёткого множества  $A=0,1/3+0,3/5+0,5/6+1/7+0,5/9+0,3/12$ .

Ответ: 2.

Решение. Точкой перехода является элемент, для которого функция принадлежности нечёткому множеству равна 0,5.

3. Которое из перечисленных нечётких множеств

1)  $A_{\text{норм}}=0,1/3+0,3/5+0,5/6+1/7+0,5/9+0,3/12$ ;

2)  $A_{\text{норм}}=\frac{1}{9}/3+\frac{1}{3}/5+\frac{5}{9}/6+1/7+\frac{5}{9}/9+\frac{1}{3}/12$ ;

3)  $A_{\text{норм}}=1/7+\frac{5}{9}/9+\frac{1}{3}/12$

является нормированным множеством  $A=0,1/3+0,3/5+0,5/6+0,9/7+0,5/9+0,3/12$ ?

Ответ: 2.

Решение. При нормировании множества функции принадлежности всех элементов делятся на высоту множества, равную для данного 0,9.

4. Которое из нечётких множеств

1)  $0.09/5+0.49/7+1/12+0.81/18+0.16/20$ ;

2)  $0.55/5+0.84/7+1/12+0.95/18+0.63/20$ ;

3)  $0.3/5+0.7/7+1/12+0.9/18+0.4/20$

является  $CON(A)$  для  $A = 0,3/5+0,7/7+1/12+0,9/18+0,4/20$ ?

Ответ: 1.

Решение. Для вычисления функций принадлежности  $CON(A)$  возводят в квадрат степени принадлежности элементов множества  $A$ .

5. Которое из нечётких множеств

1)  $0.0081/5+0.0256/7+1/12+0.0081/18+0.0016/20$ ;

2)  $0.3/5+0.4/7+1/12+0.3/18+0.2/20$ ;

3)  $0.3/5+0.7/7+1/12+0.9/18+0.4/20$

является  $DIL(A)$  для  $A = 0,09/5+0,16/7+1/12+0,09/18+0,04/20$ ?

Ответ: 2.

Решение. Для вычисления функций принадлежности  $DIL(A)$  извлекают корень квадратный из принадлежности элементов множества  $A$ .

6. Чему равен индекс нечёткости по метрике Хемминга для множеств  $A = 0,3/1+0,5/2+0,2/3+0,7/4+0,6/5$

Ответ: 0,68.

Решение. Вычислим ближайшее к  $A$  чёткое множество  $A_0=0/1+0/2+0/3+1/4+1/5$  и затем

индекс по метрике Хемминга  $\frac{2}{5}(|0,3-0|+|0,5-0|+|0,2-0|+|0,7-1|+|0,6-1|) = 0,68$ .

7. Чему равен индекс нечёткости по метрике Евклида для множеств  $A = 0,3/1+0,5/2+0,2/3+0,7/4+0,6/5$  с округлением до сотого знака?

Ответ: 0,71.

Решение. Вычислим ближайшее к  $A$  чёткое множество  $A_0=0/1+0/2+0/3+1/4+1/5$  и затем

индекс по метрике Евклида  $\frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{(0,3-0)^2+(0,5-0)^2+(0,2-0)^2+(0,7-1)^2+(0,6-1)^2} \approx 0,71$ .

8. Которое из множеств

1)  $A \cap B = 0,2/a + 0,6/b + 0,9/d + 0,2/e$ ;

2)  $A \cap B = 0,2/a + 0,6/b + 0,5/c + 0,9/d + 0,2/e$ ;

3)  $A \cap B = 0,2/a + 0,6/b + 0,5/c + 0,9/d + 0,2/f$

является пересечением по Заде нечётких множеств  $A = 0,2/a + 0,7/b + 1/d + 0,2/e + 0,8/f$  и  $B=0,4/a+0,6/b+0,5/c+0,9/d+1/e+0,5/g$ .

Ответ: 1.

Решение. Степень принадлежности элемента пересечению равна минимуму из степеней принадлежности этого элемента нечётким множествам, участвующих в пересечении.

Если элемент не указан в множестве, значит он имеет нулевую степень принадлежности этому множеству.

9. Которое из множеств

1)  $A \cup B = 0,2/a + 0,6/b + 0,9/d + 0,2/e$ ;

2)  $A \cup B = 0,2/a + 0,6/b + 0,5/c + 0,9/d + 0,2/e$ ;

3)  $A \cup B = 0,4/a + 0,7/b + 0,5/c + 1/d + 1/e + 0,8/f + 0,5/g$

является объединением по Заде нечётких множеств  $A = 0,2/a + 0,7/b + 1/d + 0,2/e + 0,8/f$  и  $B=0,4/a+0,6/b+0,5/c+0,9/d+1/e+0,5/g$ .

Ответ: 3.

Решение. Степень принадлежности элемента объединению равна максимуму из степеней принадлежностей этого элемента нечётким множествам, участвующих в пересечении. Если элемент не указан в множестве, значит он имеет нулевую степень принадлежности этому множеству.

10. Которое из нечётких множеств

1)  $KA = 0,9/1 + 0,35/3 + 0,45/7$ ;

2)  $KA = 0,3/1 + 0,7/3 + 0,8/7$ ;

3)  $KA = 1/1 + 0,5/7$

является результатом применения оператора увеличения нечёткости

$$K = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,7 & 1 \\ 0,7 & 0,5 & 0 \\ 0,8 & 0,6 & 0,5 \end{pmatrix} \text{ к нечёткому множеству } A = 0,3/1 + 0,7/3 + 0,9/7.$$

Ответ: 1.

Решение.

$$KA = \max\{0,3 \cdot 0,3; 0,7 \cdot 0,7; 1 \cdot 0,9\}/1 + \max\{0,7 \cdot 0,3; 0,5 \cdot 0,7; 0 \cdot 0,9\}/3 +$$

$$\max\{0,8 \cdot 0,3; 0,6 \cdot 0,7; 0,5 \cdot 0,9\}/7 = 0,9/1 + 0,35/3 + 0,45/7.$$

11. Сколько строк в таблице значений функции двух нечётких булевых переменных?

Ответ: 8.

Решение. Для двух нечётких булевых переменных существует 8 возможных различных отношений между ними и их отрицаниями:

$$p \leq q \leq \bar{q} \leq \bar{p}; p \leq \bar{q} \leq q \leq \bar{p};$$

$$\bar{p} \leq q \leq \bar{q} \leq p; \bar{p} \leq \bar{q} \leq q \leq p; q \leq p \leq \bar{p} \leq \bar{q}; q \leq \bar{p} \leq p \leq \bar{q}; \bar{q} \leq p \leq \bar{p} \leq q; \bar{q} \leq \bar{p} \leq p \leq q.$$

12. Которая из матриц

1)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$

соответствует транзитивному (максимному) замыканию бинарного нечёткого отношения

выраженного матрицей  $\begin{pmatrix} 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0 \end{pmatrix}$ ?

Ответ: 3.

Решение. Не трудно убедиться, что матрицы чётных степеней отношения равны

$\begin{pmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}$ , а нечётных -  $\begin{pmatrix} 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0 \end{pmatrix}$ . Объединение всех степеней выражается матрицей

под номером 3.